

# 社会インフラシステムの世界展開を支える 数理最適化技術

Mathematical Optimization Techniques Supporting Global Social Infrastructure Business

米澤 実 半田 恵一

■ YONEZAWA Minoru

■ HANDA Keiichi

電力、交通、水道、医療など社会インフラシステムの開発には、以前から様々な数理最適化の技術が適用され、設計や運用の効率化が行われてきた。近年、アジア地域に代表される各地の都市化の進展に伴って社会インフラ整備のニーズが世界的に拡大しており、ビジネスあるいはサービス面からの数理最適化技術への期待が高まっている。

東芝は、多方面の幅広い顧客を対象に、社会インフラシステムの開発やサービスの提供を行っている。これまでの多種多様なシステムに対して数理最適化技術を適用してきた実績を元に、今後も変化する地球規模のニーズに伝えていく。また、世界各地の絶え間なく変化するビジネスにタイムリーに適応し、地球環境負荷をも考慮した統合的な効率化を実現する基盤技術として、数理最適化技術の開発を進めていく。

A wide variety of mathematical optimization techniques have been introduced into social infrastructure systems, including electric power systems, transportation systems, water supply and sewerage systems, medical care systems, and so on, to improve the efficiency of system design and operations. Global demand for the construction of social infrastructure systems applying mathematical optimization techniques has been growing in both the business and service sectors, accompanying the recent advancement of urbanization as typified by countries in the Asian region.

Toshiba has been developing systems and offering services for a wide range of customers in the field of social infrastructure systems. In response to the changing needs of global markets, we are aiming to develop mathematical optimization techniques as fundamental technologies contributing to integrated efficiency including a reduced burden on the environment, based on our experience in solving various problems.

## 世界に拡大する 社会インフラ整備のニーズ

2010年11月に横浜で開催されるAPEC 2010（アジア太平洋経済協力会議-2010）で、日本は議長国を務める。アジア太平洋地域における成長戦略の策定と地域経済統合の深化が議論される今回の会議に向け、日本は次の三つの具体的な目標を掲げている<sup>(1)</sup>。第1の目標は「世界の新しい需要構造への対応」である。この目標を達成するため、日本の「魅力・安全・安心」のイメージを生かし、業種を越えてモノとサービスを組み合わせた新たな仕組みを作る提案を行う。この仕組みは第2、第3の目標である「内外需の好循環の実現」と「グローバル経済基盤整備への貢献」ともリンクさせる。ハードウェアとソフトウェアの両面でインフラ整備を通じて新興国の内需拡大を後押しする意欲を、

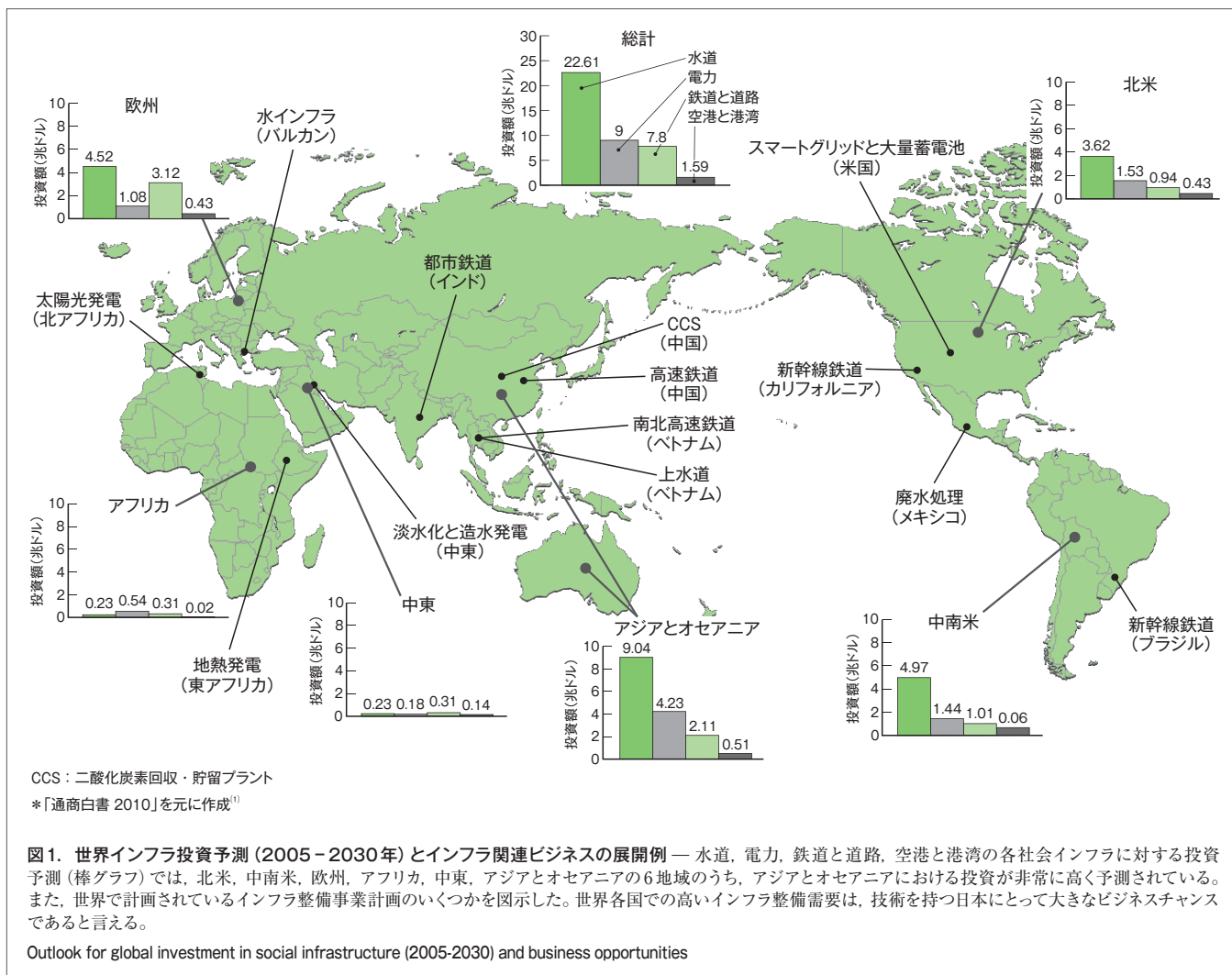
内外に示すことになる。

今後、グローバル経済の成長を支えるために、世界的なインフラ整備の必要性はますます高まっていく。アジア太平洋地域はその代表例である。その背景には都市化の進展があり、中国やインドにおける都市人口率は2030年にはそれぞれ60%、40%と見込まれている。生産要素としての労働力集中と巨大な消費市場の形成による、持続的な経済成長の促進が期待されている。また、同時に、企業活動の基盤となる電力や物流網などの産業インフラ、及び都市化を支える社会インフラが必要となる。

加えてアジア太平洋地域では、少子高齢化が特に大きな課題になりつつある。アジア太平洋地域の人口は1970年を境に急速に伸びが鈍化し、人口構造が変化する大規模な“人口転換”状態にある。フィリピンとインドを除く国々では、少子高齢化が進行しており、1950年

時点では5を超えていた出生率が人口置換水準の2.08を下回る国が増加している<sup>(2)</sup>。このような観点から、医療インフラも成長を支えるうえで重要になりつつある。

アジア太平洋地域の持続的な経済成長を実現するには、2010～2020年の11年間で、インフラ整備に約8兆ドルが必要という試算結果もある。もちろん、これらインフラ整備の必要性はアジア太平洋地域だけにとどまらない。世界の国内総生産（GDP）の約2%に相当する約1兆ドルが、毎年インフラの整備と維持に向けられている。2030年までのインフラ投資予測と、ビジネスチャンスを図1に示す<sup>(1)</sup>。水道や、電力、鉄道、空港といった分野への2030年までの投資は総計41兆ドルに及ぶとされ、インフラシステムとプラントシステムにおけるビジネスチャンスは世界規模で広がっている。



## インフラ運用時の課題と数理最適化技術

「通商白書 2010<sup>(1)</sup>」では、こうした世界の経済成長を支えるインフラ整備に日本の技術を積極的に役だて、ともに成長していくことの重要性を提起している。

日本の魅力・安全・安心のイメージは、インフラの運用や管理で示された優れた実績によるもので、電力システムの安定性や、時刻どおりに運行される鉄道システムがその代表例である。また、人口100万人当たりのMRI(磁気共鳴イメージング)装置とCT(コンピュータ断層撮影)装置の保有台数は、それぞれ42.7台、96.1台と世界一の水準であり、高価なインフラを効率的に運用するレベルの高さを裏づけるデータである。

東芝も、インフラの運用や管理で優れた実績を持っており、その基盤となる技術の一つが“数理最適化技術”である。数理最適化技術は、問題の目的関数、及び制約条件を数理的にモデル化することで、制約を満足しながら目的関数を最大化あるいは最小化する解を求める技術である。目的関数と制約条件を適切にモデル化できれば、システムの運用計画や問題解決の手段を効率的に得ることができる。

新興国を中心に世界各国で計画されているインフラ整備は、安全性、信頼性、堅牢(けんろう)性を保ちながら経済性を実現するため、統合的かつ徹底的な効率化が必要になるであろう。これらインフラの運用における四つの特徴的課題を次に示す。

- (1) 大規模かつ複雑化したシステムにおける統合的な効率化
- (2) 普及しているICT(情報通信技術)を活用した状況変化への迅速な適応
- (3) 地域やケースで異なる多様な価値への対応
- (4) 特に地球環境への影響に配慮した運用計画

以下に、それぞれの課題が満たすべき要件について具体的に述べる。

### ■統合的な効率化

従来の最適化技術は、一つひとつの問題を切り離し、個々の問題に一つの解を提供するのが基本であった。システムの大規模・複雑化に伴い、複数の問題を同時に扱いながら、統合的な効率

化を図っていく技術が求められている。

経済性を追求した統合的な効率化を実現するには、複数の問題を同時に表現できるモデリング手法が数理最適化技術にとっての要件となる。ただし、モデルは大規模化しやすく、解を求めるスピードが遅くなる傾向がある。個別対象問題ごとに、対象の複雑さと求解スピードを両立させるモデリング手法を探索する試みがなされている。

### ■状況変化への迅速な適応

問題が大規模・複雑化していく一方で、社会インフラは常に安全・安心なものでなくてはならない。刻々と変化していく外部状況を検知して、その時々状況に的確に適応できるシステムが求められている。

ICTの発展やネットワークの普及により、変化を検知できる環境は整ってきている。動的な環境変化を検知し、目的関数や制約条件などのモデル自体を適応的に変化させる技術が求められている。

### ■価値の多様化への対応

サービスの広域化の影響で、人々の多様な価値への対応が求められている。また、世界各地の社会インフラ需要は、地域や個別ケースに応じて目的関数や制約条件が異なる。ユーザーやケースに合わせたモデリングと、目的関数のカスタマイズが必要である。また、モデルは同じであっても、複数の解候補をあらかじめ求めて提示する技術は、多様な価値に応える有効なアプローチである。

### ■地球環境への配慮

今後は先進国だけでなく、新興国でも、地球環境への配慮が重要な評価指標になっていく。地球環境への影響度を明示的にモデル化した数理最適化技術が求められるだろう。あらゆるもののエネルギーやCO<sub>2</sub>（二酸化炭素）原単位などを評価項目とし、地球環境への配慮を説明できる最適化が重要になってくると考える。

## 数理最適化技術の発展

インフラの運用と管理の基盤技術である数理最適化技術は、ここ二十数年で大きな進歩を遂げた。その結果、典型的な問題に対しては、効果的な解法が対応づけられるようになってきている。この章では、数理最適化問題の分類と汎用ソルバの現状について述べる。

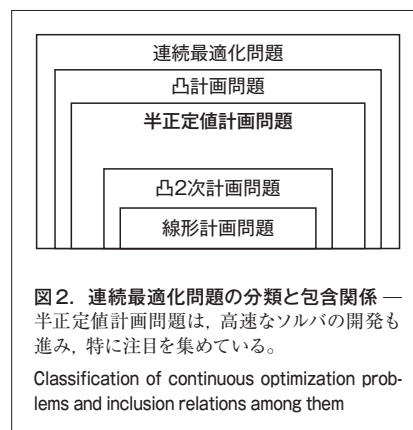
数理最適化問題は、変数が実数のような連続的な値をとるか、あるいは整数のような離散的な値をとるかによって、連続最適化問題と離散最適化問題に大きく分類される。

連続最適化問題としては線形計画問題がよく知られているが、より一般化された問題として凸2次計画問題や半正定値計画問題などがあり、図2のような包含関係がある<sup>(3)</sup>。なかでも、半正定値計画問題（**囲み記事参照**）は、システム制御、量子化学計算、機械学習、確率過程、多項式最適化など応用範囲が非常に広く、高速なソルバの開発も進み、最近特に注目を集めている分野である<sup>(4), (5)</sup>。

離散最適化問題は組合せ最適化問

題とも呼ばれ、経路探索、部品配置、スケジューリングなど、身近に多数存在する問題である（**図3**）。ほとんどの組合せ最適化問題は、変数が0と1から成る0-1線形計画問題、あるいは変数が整数から成る整数線形計画問題（**囲み記事参照**）で定式化できる<sup>(6)</sup>。なお、ここでは、変数に実数と整数が混在している場合も、0-1線形計画問題あるいは整数線形計画問題と呼ぶことにする。

汎用ソルバは、代表的な数理計画問題に対して商用及び非商用を含め多数存在する。実用的にもっとも利用頻度の



## 半正定値計画問題と整数線形計画問題

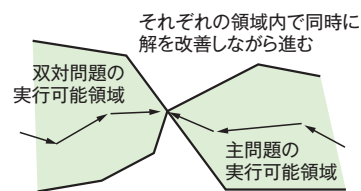
### ■半正定値計画問題

実対称行列を変数とし、線形の目的関数と制約式に加え、変数の半正定値条件(すべての固有値が非負であるという条件)が付加された問題である。固有値がすべて非負のため、元の問題(主問題)の双対問題も半正定値問題となり、主双対内点法により実用的に解くことができる。非常に強力な問題記述能力があり、システム制御、量子化学計算、機械学習、確率過程、多項式最適化など広範な分野に応用されている。半正定値計画問題用のソルバも数多く開発されている<sup>(4)</sup>。

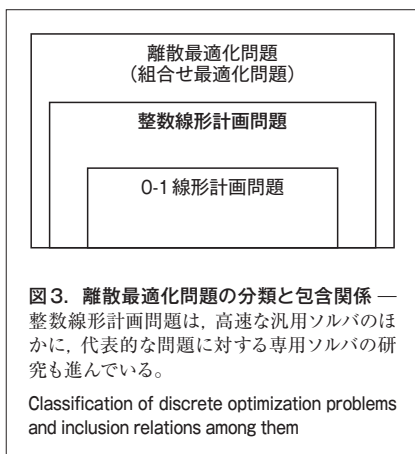
### ■整数線形計画問題

一部の変数が整数の線形計画問題である。各種のスケジューリング問題、配置

問題、経路探索問題など、多数の組合せ最適化問題が整数線形問題で定式化できる。整数線形計画問題用のソルバは最近非常に高速化されていて、数千あるいは数万変数の問題も解けるようになってきている。参考文献(7)には、ハードウェアとアルゴリズムの進歩により、ここ20年ほどの間に1,000万倍高速化されたと言っても過言ではない、と記されている。



半正定値計画問題に対する主双対内点法のイメージ



高いのは、整数線形計画問題を解く汎用ソルバである。整数線形計画問題用のソルバは最近、非常に高速化されていて、数千あるいは数万変数の問題も解けるようになってきている<sup>(7)</sup>。

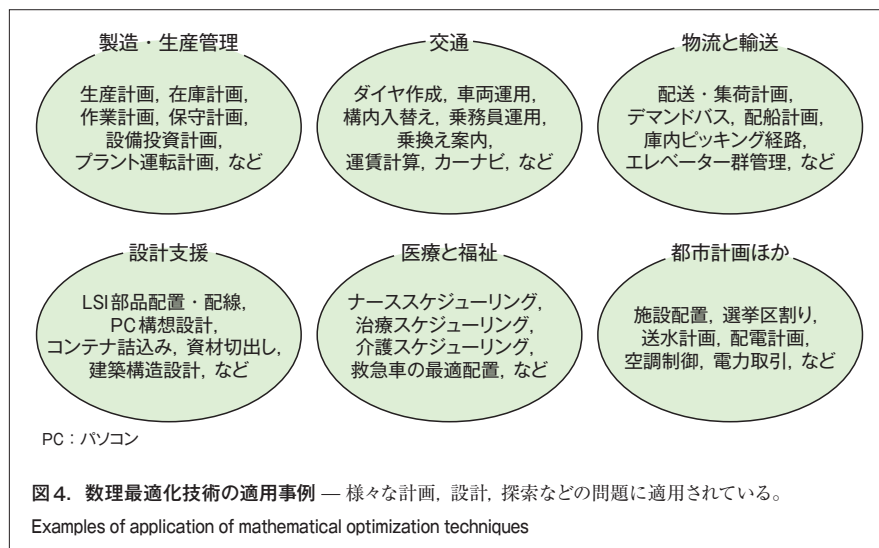
しかし、複雑な組合せ条件を持つ配置問題やスケジューリング問題などの場合は、変数の数が膨大になるため、汎用ソルバでも解けないことが多い。そこで、代表的な組合せ最適化問題に対する専用ソルバの研究も進んでいる<sup>(8)</sup>。

数理最適化技術の研究の歴史は古く、特にオペレーションズリサーチの分野で活発な研究が行われている。適用事例を図4に示す。これらの多くはOR事典Wiki<sup>(9)</sup>に詳しく紹介されている。

## 東芝の取組み

当社において数理最適化技術は、主に製造・生産管理、交通と物流、設計支援、及びシステムとサービスの分野で使われてきた<sup>(10)</sup>。当社における主な適用事例と、解決する課題、使われている主な技術を表1に示す。社会インフラを中心とした様々な課題に対して、数理最適化技術の発展を踏まえながら、常に実用的な技術が開発され、適用されている。

この特集では、最近の適用事例として、特に「インフラ運用時の課題と数理最適化技術」の章で述べた、四つの特微的課題に関連する事例について具体



的に述べる。

- (1) 省エネ最適運用システム 工場  
のエネルギー供給設備の運用に数理最適化技術を適用し、省エネシステムを実現した。各種機器の能力を最大限に発揮させながら、“地球環境への影響に配慮”を実現するシステムを提案している。
- (2) 配電系統運用 地球環境への影響に配慮する観点から、スマートグリッドにおける配電系統機器の制御を最適化した。系統の電気の流れ、電圧、電力損失などを数理

- モデルで表現し、エネルギー運用効率に着目して配電損失を最小化するアルゴリズムを提供している。
- (3) エレベーター群管理 エレベーターかごの割当問題において、時々刻々変化する将来の状況を予測しながら、リアルタイムにかごの割当てを制御する方式を開発した。“状況変化への迅速な適応”がポイントである。
  - (4) 鉄道車両の運用 複雑なシステムにおける多くの制約条件を柔軟に表現した事例である。制約条

表1. 東芝における数理最適化技術の適用事例と使用技術

Examples of application of mathematical optimization techniques in Toshiba and methods applied

適用事例	課題	使用技術
発電計画	発電コストを削減する発電所運転計画の安定求解	ラグランジュ緩和法, 動的計画法
発電設備の投資計画	最適な投資の内容と時期を算出	意思決定木, 動的計画法
電力取引所のスポット市場取引	連系線空き容量制約下で高速で公平な約定	線形計画法
配電損失の最小化	配電損失を低減する開閉器の入り切りの決定	(多重) フランチ交換法
最適空調制御	空調システムの省エネ運転	数値的非線形計画法 (逐次二次計画法)
車両の運用計画	ダイヤ乱れ時の計画の修正	ネットワークのバスへの分解・洗練
車両基地の構内作業計画	車両の入替えと作業計画の作成	PERT
電車の乗換え案内	多様な代替経路の探索	第1~K最短バス探索手法
エレベーターの群管理	待ち時間の短縮, 運用の効率化	優良探索手法 (Aアルゴリズム)
上水道の送水計画	安定運転と電気料金削減	遺伝的アルゴリズム
治療のスケジューリング	患者のスケジューリング, 規則性のある計画	ネットワーク上の割当て, 近傍探索
半導体メモリの不良救済	スベアの高速な割当て, 不良スベアの活用	2部グラフの Dulmage-Mendelsohn 分解
PCの構想設計支援	3次元の高密度配置	ピンパッキング, 平面走査法
録画予約の資源割当て	W録™における予約の重複を解消	グラフカラーリング

W録 : 二つの番組の同時録画機能

PERT : Program Evaluation and Review Technique

件を、必ず守らなければいけないハード制約と、できるだけ守りたいソフト制約に分けて登録できるようにしている。また、汎用のソルバよりも大幅に高速な探索エンジンを開発した。ダイヤ乱れや臨時の作業発生など、状況変化への迅速な適応にも対処している。

- (5) 重粒子線治療におけるスケジューリング 病院という特殊環境での価値に着目した。治療管理者が確認しやすい規則性のあるスケジューリングを実現し、高価な治療設備に対して、効率的かつ安全なシステムを開発した。規則性、効率、安全といった“価値の多様化への対応”と、患者のほかに設備やスタッフの計画も考慮した“統合的な効率化”を目指している。

この特集に掲載している数理最適化技術の適用例は、いずれも、既にシステムに適用されているか又は近く適用される予定のものである。実用化のための様々な工夫が述べられており、世界展開のための課題を解決する方法を示唆するものである。

## 今後の展望

情報技術の急速な発展や環境問題への関心の高さに支えられ、世界経済の成長を促進する社会インフラビジネスは、今後ますます拡大していく。それに伴い、様々な最適化問題が出現し迅速

な解決が求められるが、問題が大規模・複雑化するにつれて、従来の最適化技術だけでは実用的に対応が難しくなってくる。特にリアルタイム性が求められるため、必ずしも最適解にこだわらずに、高速に、あるいはユーザーの意図を反映してインタラクティブに処理していく手法が望まれる。

当社は、リアルタイム性を重視した適応型モデリング技術、大規模なスケジューリング問題を階層的に分解して解く技術、あるいは多様な解候補の探索技術などを将来的な基盤技術として研究している。これらの技術は実用性を重視したものであり、実問題への適用を通じて技術力を高めていく。

当社は今後も世界の最先端で、安全性、信頼性、及び堅牢性を併せ持つ数理最適化技術の開発を進めていく。

## 文 献

- (1) 経済産業省. 通商白書 2010. 日経印刷, 2010, 471p.
- (2) 内閣府 政策統括官室. 世界経済の潮流 2010-I <2010年上半期 世界経済報告>. 日経印刷, 2010, 382p.
- (3) 藤沢克樹, ほか. 応用に役立つ50の最適化問題. 朝倉書店, 2009, 174p.
- (4) 藤沢克樹, ほか. 特集: 半正定値計画に対するソルバーと応用例. オペレーションズ・リサーチ, 55, 7, 2010, p.386-424.
- (5) 小島政和, ほか. 内点法. 朝倉書店, 2001, 285p.
- (6) 柳浦陸憲, ほか. 組合せ最適化-メタ戦略を中心として-. 朝倉書店, 2001, 237p.
- (7) 宮代隆平. “ここまで解ける整数計画-近年の発展-”. 第20回RAMPシンポジウム論文集. 東京, 2008-10, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 数理計画研究部会, 2008, p.1-21.

- (8) 茨木俊秀. “問題解決エンジンとしてのメタヒューリスティクス・アルゴリズム”. 第19回RAMPシンポジウム論文集. 長崎, 2007-10, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 数理計画研究部会, 2007, p.117-130.
- (9) 日本オペレーションズ・リサーチ学会. “OR事典Wiki”. <<http://www.orsj.or.jp/>>, (参照 2010-08-11).
- (10) 山下勝比呂, ほか. 特集: 東芝の経営と顧客向け製品・サービスにおけるOR. オペレーションズ・リサーチ, 54, 4, 2009, p.192-222.



米澤 実  
YONEZAWA Minoru, D.Eng.

研究開発センター システム技術ラボラトリー室長, 工博。情報機器のシステム設計, 最適制御系の研究・開発に従事。日本機械学会, 電気学会, 映像情報メディア学会会員。System Engineering Lab.



半田 恵一  
HANDA Keiichi, D.Sci.

研究開発センター システム技術ラボラトリー主任研究員, 理博。グラフ論応用, 最適化手法の研究・開発に従事。電子情報通信学会, 日本オペレーションズ・リサーチ学会会員。System Engineering Lab.